

## Quesiti

### Quesito 1

Della funzione  $f(x) = \log(x^2 - 1)$  calcolare

- il campo di esistenza, il segno e i limiti significativi;
- una primitiva di  $f$  e il valor medio della funzione  $g(x) = e^{f(x)}$  con  $x \in [2, 3]$ .

### Quesito 2

Assegnata la funzione  $f(x) = x^2 - 1$

- dopo aver verificato che è una funzione pari, calcolare la derivata prima nel punto  $x_0 = 2$  applicando la definizione di derivata;
- scrivere l'equazione della tangente alla curva (grafico di  $f$ )  $y = x^2 - 1$  nel punto di ascissa  $x_0 = 2$ ;
- dopo aver dato la definizione di dilatazione, scrivere la trasformata della curva

$$y = x^2 - 1 \quad \text{mediante la dilatazione} \begin{cases} x' = 2x \\ y' = 3y \end{cases}$$

### Quesito 3

Considerata la conica di equazione  $x^2 - 2y^2 + 4xy - x - y = 0$

- scriverla in coordinate omogenee e classificarla;
- determinare i suoi punti impropri.

### Quesito 4

Assegnati i vettori di  $\mathbb{R}^3$   $\left( \begin{matrix} k & 2 & 1 \end{matrix} \right)$ ,  $\left( \begin{matrix} 0 & 1 & 0 \end{matrix} \right)$ ,  $\left( \begin{matrix} -1 & 1 & 3 \end{matrix} \right)$ ,

- stabilire per quali valori di  $k$  costituiscono una base per  $\mathbb{R}^3$ ;
- munito  $M_3(\mathbb{R})$  della topologia naturale, mediante la identificazione di  $M_3(\mathbb{R})$  con  $\mathbb{R}^9$ , provare che il gruppo delle matrici non singolari,  $GL_3(\mathbb{R})$ , è un insieme aperto di  $M_3(\mathbb{R})$ .

### Quesito 5

Assegnata la funzione  $f(x) = \begin{cases} 2^{x-1} & \text{se } 0 \leq x \leq 1 \\ \frac{1}{x} & \text{se } x > 1 \end{cases}$

- studiarne la derivabilità;
- determinare gli eventuali punti di massimo e minimo relativi;
- disegnare, con approssimazione, il grafico.

### Quesito 6

Assegnata la funzione  $z = x^2 - y^2$

- cosa rappresenta, geometricamente, il suo grafico? E la sua sezione sul piano  $z = 0$ ?
- determinare il gradiente della funzione in  $P(1,2)$  e la derivata direzionale della funzione in  $P$  lungo la direzione della retta  $r : 3x - 2y - 7 = 0$ .

### Quesito 7

Una cassa di massa  $m$  si muove su un piano inclinato di un angolo  $\theta$ . La velocità della cassa passa dal valore  $v_1$  al valore  $v_2$  ( $v_2 < v_1$ ) dopo aver percorso un tratto di lunghezza  $L$ .

1. Determinare la variazione di energia cinetica, il lavoro fatto dalla forza peso e il lavoro fatto dalla forza di attrito.
2. Determinare la forza di attrito e il coefficiente di attrito.
3. In base ai principi di Newton quali sono le forze che agiscono sulla cassa e su quali corpi agiscono le forze "uguali e contrarie"?

### Quesito 8

Una forza ha componenti  $F_x = Ax^2 + Bx$  e  $F_y = Cy + D \cos ky$

1. Trovare le unità di misura delle costanti  $A, B, C, D$  e  $k$  nel S.I..
2. Trovare l'energia potenziale associata a questa forza.
3. Determinare la variazione di energia cinetica di un punto materiale che si muove dalla posizione  $(x_0, y_0)$  alla posizione  $(x_1, y_1)$ .

### Quesito 9

In un bicchiere contenente una massa  $m_1$  ( $= 200$  g) di acqua alla temperatura  $t_1$  ( $= 20^\circ\text{C}$ ) viene posto un cubetto di ghiaccio di massa  $m_2$  ( $= 5$  g) alla temperatura  $t_2$  ( $= -10^\circ\text{C}$ ).

1. Quali altri dati servono per determinare la temperatura di equilibrio?
2. Trovare un'espressione che permetta di calcolare la temperatura di equilibrio.
3. Trovare un'espressione che permetta di calcolare la variazione complessiva di entropia dell'acqua e del ghiaccio.

### Quesito 10

Ai vertici di un triangolo equilatero di lato  $2a$  sono poste tre cariche  $q_1 = q, q_2 = q, q_3 = -q$ . Determinare il campo elettrico e il potenziale elettrico

1. al centro del triangolo;
2. nel punto medio di ogni lato.

### Quesito 11

Con una batteria di forza elettromotrice  $\varepsilon = 12$  V si caricano due condensatori collegati in serie di capacità  $C_1 = 6.0 \mu\text{F}$  e  $C_2 = 3.0 \mu\text{F}$ .

1. Spiegare, a livello microscopico, come avviene il processo di carica dei due condensatori (spiegare cioè come si spostano gli elettroni).
2. Spiegare il significato di capacità equivalente e trovare un'espressione che ne permetta il calcolo.
3. Calcolare la capacità equivalente dei due condensatori, la carica e la differenza di potenziale di ciascuno di essi.

### Quesito 12

1. Definire "operativamente" il vettore campo magnetico.
2. Calcolare il lavoro effettuato dal campo magnetico terrestre per portare un elettrone dal polo Nord al polo Sud.
3. Perché il campo magnetico non è conservativo?